

MODELO INTEGRADO DE EQUILIBRIO CONJUNTO DE TRANSPORTE PRIVADO Y SISTEMAS LOGÍSTICOS URBANOS

C. E. Cortés¹ P. A.Rey² V. Vansteenkiste³

¹ Universidad de Chile, Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería

² Universidad Tecnológica Metropolitana

³ Universidad Nacional de Rosario, CONICET

CChIT 2019

Santiago-Chile

- Motivación.
- Descripción del problema en estudio.
- Breve revisión bibliográfica.
- Enfoque basado “en rutas”.
- Enfoque basado “en secuencias”.
- Formulación del problema basado en secuencias como problema de optimización. Principio de Wardrop para secuencias.
- Ejemplo numérico.
- Comentarios finales.

- Modelos de equilibrio describen la asignación de vehículos sobre la red siguiendo el primer principio de Wardrop.
- En la actualidad, gran cantidad de vehículos prestan servicios de reparto en un entorno urbano, y usan la misma infraestructura.
- Movimientos de vehículos comerciales son el resultado de decisiones logísticas.
- Estas decisiones se basan en las demandas de los sectores de producción y distribución dependientes de agentes económicos
- Modelamiento conjunto debería incorporar de alguna manera esta interacción entre equilibrios de tráfico y decisiones logísticas de despacho.

- Nuestro objetivo es incorporar el conjunto de vehículos comerciales a modelos de equilibrio de asignación de transporte privado.
- Estas rutas difieren de las de los vehículos particulares: contienen varias paradas, decididas por un despachador que trata de optimizar su operación en forma aislada.
- En nuestro enfoque consideraremos un modelo asignación de tráfico que considere la interacción entre vehículos particulares y vehículos comerciales en el contexto de un sistema urbano.

Consideramos dados

- Una red (un grafo dirigido) $N = (V, A)$.
- Un conjunto de *demandas*. Cada demanda i consiste en un *nodo origen* $i \in V$, un conjunto de *destinos* $D_i \subset V$ y un *volumen* q_i .
- Funciones de rendimiento $t_a(x_a)$ para cada arco $a \in A$ de la red. Estas funciones dependen del flujo agregado en el arco.

Se desea determinar una asignación de flujos de tal manera que

- Para cada demanda, el flujo correspondiente a su volumen es asignado a rutas que parten del origen y visitan *todos* los nodos destino (no importa el orden).
- Cada demanda, de manera individual, trata de minimizar el tiempo total de la o las rutas que utiliza.

Observaciones

- En estas formulaciones considerando solamente rutas de tipo *round trip* para los vehículos comerciales.
- La extensión al caso general con inicio y fin de ruta distintos y paradas intermedias a secuenciar es más o menos directa.
- En este contexto, las demandas del problema clásico se ven como rutas con inicio y fin y sin paradas intermedias.

- Crainic et al. (2009), Dablanc (2007), y Taniguchi et al. (2001) describen desafíos y perspectivas en “City Logistics” desde una perspectiva de Gestión de Operaciones.
- Gentile y Vigo (2013) cuantifican los efectos externos producidos por la movilidad de la carga en un contexto urbano.
- Holguín-Veras y Patil (2005) y Ruan et al. (2012) describen las características distintivas del movimiento de vehículos comerciales dentro de un área urbana.
- El *encadenamiento de viajes* es un elemento importante del movimiento de vehículos comerciales en un entorno urbano (Wang y Holguín-Veras, 2008).
- Los recorridos son una unidad apropiada para el análisis de los movimientos de vehículos comerciales (Khan y Mache mel, 2017).
- Holguín-Veras et al. (2015) proponen formulación de equilibrio espacial de precios que considera encadenamiento en los viajes de entrega.

Se aplica a problemas de optimización con una función objetivo $z(x)$ no lineal convexa y con restricciones lineales.

Se aplica a problemas de optimización con una función objetivo $z(x)$ no lineal convexa y con restricciones lineales.

- **Paso 0:** Inicialización. Asignación de **TODO O NADA** (necesito rutas mínimas entre cada par) basado en $t_a = t_a(0) \quad \forall a \in A \rightarrow \{x_a^1\}$. Fijamos $n = 1$.
- **Paso 1:** Actualización. Computar $t_a^n = t_a(x_a^n) \quad \forall a \in A$
- **Paso 2:** Dirección de descenso: asignar **TODO O NADA** (necesito rutas mínimas entre cada par) basado en $\{t_a^n\} \rightarrow \{y_a^n\}$.
- **Paso 3:** Encontrar α_n que resuelve $\text{Min}_\alpha z(x^n + \alpha d^n)$.
- **Paso 4:** Computar $x_a^{n+1} = x_a^n + \alpha_n(y_a^n - x_a^n) \quad \forall a \in A$.
- **Paso 5:** Test de convergencia. Si lo cumple parar, sino volver al Paso 1.

Utilizamos la formulación habitual del equilibrio de Wardrop, aunque solo tenemos en cuenta los recorridos que visitan todas las paradas.

- La red es un grafo dirigido $N = (V, A)$.
- $t_a(x_a)$ relación entre el flujo y tiempo de viaje en el arco $a \in A$.
- P conjunto de índices para las demandas.
En el caso de vehículos comerciales, para cada $p \in P$ hay un nodo origen de p , $O_p \in V$, y un conjunto de nodos destinos, $D_p \subset V$.
- K^P conjunto de caminos cerrados que sirven para la demanda p .
- q^P cantidad de veces que se debe llevar a cabo p .
- f_k^P flujo en el camino $k \in K^P$.

$$\text{Min} \quad \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w) dw$$

$$\text{s/a} \quad \sum_{k \in K^p} f_k^p = q^p \quad \forall p \in P$$

$$f_k^p \geq 0 \quad \forall p \in P, \quad \forall k \in K^p$$

Considerando:

$$x_a = \sum_{p \in P} \sum_{k \in K^p} f_k^p \delta_{a,k} \quad \forall a \in A$$

$$\delta_{a,k} = \begin{cases} 1 & \text{si } a \in k, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

El modelo se puede resolver adaptando el algoritmo de Frank-Wolfe.

El subproblema de asignación de **Todo o Nada no es un problema de caminos más cortos** entre cada par O-D para el caso de los vehículos comerciales.

En este caso se debe **encontrar el camino cerrado de menor costo que satisfaga las demandas** y esto puede ser visto como una variante del TSP:

El modelo se puede resolver adaptando el algoritmo de Frank-Wolfe.

El subproblema de asignación de **Todo o Nada no es un problema de caminos más cortos** entre cada par O-D para el caso de los vehículos comerciales.

En este caso se debe **encontrar el camino cerrado de menor costo que satisfaga las demandas** y esto puede ser visto como una variante del TSP:

STSP (Steiner Travelling Salesman Problem, (Letchford et al. 2013))
 $G = (V, E)$, c_e costos $\forall e \in E$, $V_R \subseteq V$ (conjunto de nodos requeridos).

Objetivo: encontrar un camino cerrado de costo mínimo, no necesariamente hamiltoniano, que visite cada nodo requerido al menos una vez.

Decisiones de los usuarios en 2 pasos: determinación de la secuencia de paradas y selección de la ruta entre dos paradas consecutivas.

Decisiones de los usuarios en 2 pasos: determinación de la secuencia de paradas y selección de la ruta entre dos paradas consecutivas.

- La red es un grafo dirigido $N = (V, A)$.
- $t_a(x_a)$ relación entre el flujo y tiempo de viaje en el arco $a \in A$.
- P conjunto de índices para las demandas. En el caso de vehículos comerciales, para cada $p \in P$ hay un nodo origen de p , $O_p \in V$, y un conjunto de nodos destinos, $D_p \subset V$.
- S_p conjunto de las secuencias que sirven a p .
- K conjunto de los pares origen-destino.
- R_k conjunto de rutas que conectan a $k \in K$.
- f_l flujo en la ruta $l/l \in R_k$.
- q_p cantidad de veces que se debe llevar a cabo la demanda p .
- n_{ps} número de viajes que se hacen de acuerdo a $s \in S_p$.
- $c_l(x) = \sum_{a \in A} t_a(x) \delta_{al}$

$$\text{Min} \quad \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w) dw$$

$$\text{s/a} \quad \sum_{l \in R_k} f_l = \sum_{p \in P} \sum_{s \in S_p} n_{ps} \delta_{sk} \quad \forall k \in K \quad (1)$$

$$\sum_{s \in S_p} n_{ps} = q_p \quad \forall p \in P \quad (2)$$

$$f_l, n_{ps} \geq 0$$

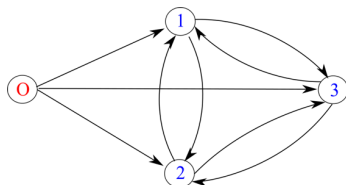
Considerando:
$$x_a = \sum_{k \in K} \sum_{l \in R_k} f_l \delta_{al}$$

$$*P = \{1, 2, 3\}$$

$$*O_1 = O_2 = O_3 = O$$

$$*D_1 = \{2, 3\}, D_2 = \{1, 2\}, D_3 = \{1, 3\}$$

$$*q_1 = 10, q_2 = 10, q_3 = 12$$



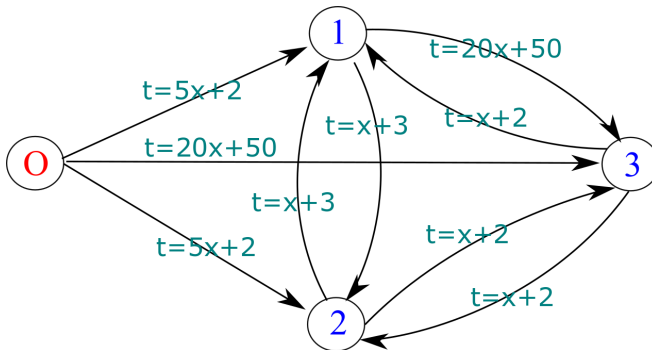
$$*S_1 = \{(O-2-3-O), (O-3-2-O)\}, S_2 = \dots$$

$$*K = \{(O, 2), (2, 3), (3, O), (O, 3), (3, 2), (2, O), \dots\}$$

$$*R_{(O,2)} = \{O \rightarrow 2, O \rightarrow 1 \rightarrow 2, O \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2, O \rightarrow 3 \rightarrow 2, O \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2\}, R_{(O,3)} = \dots$$

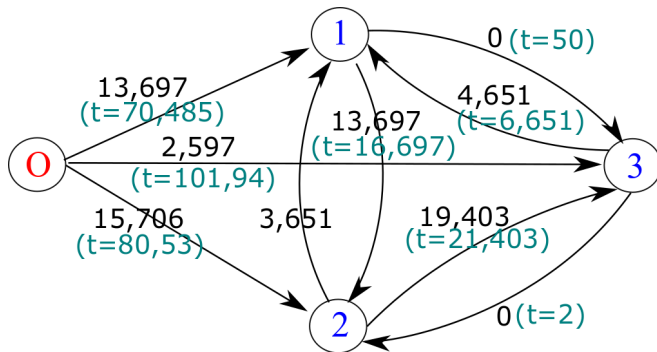
EJEMPLO NUMÉRICO

En la red del ejemplo consideramos costos que son funciones lineales del flujo en el arco



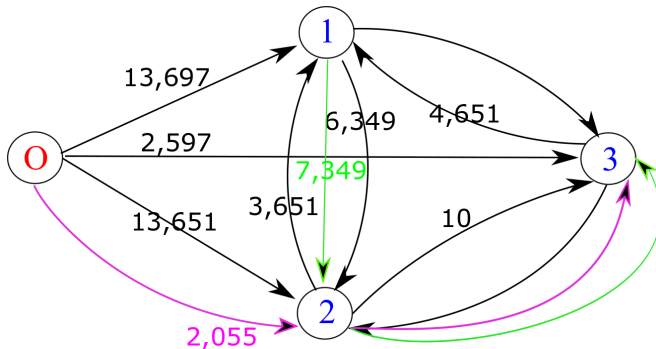
EJEMPLO NUMÉRICO

Resolviendo el modelo se obtienen los siguientes flujos y tiempos de viaje en los arcos de la red



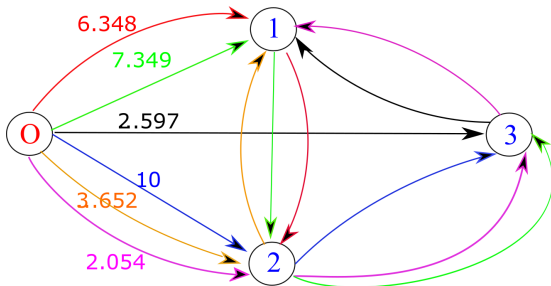
EJEMPLO NUMÉRICO

Los flujos resultantes en la ruta correspondiente a cada para OD son



EJEMPLO NUMÉRICO

Los flujos en las secuencias se utilizan resultan



- } → $(O, \{1,3\})$
- } → $(O, \{1,3\})$
- } → $(O, \{1,3\})$
- } → $(O, \{2,3\})$
- } → $(O, \{1,2\})$
- } → $(O, \{1,2\})$

EQUIVALENCIA ENTRE EL MODELO PROPUESTO Y EL PROBLEMA DE EQUILIBRIO

$L(f, n, u, v)$, Lagrangiano del problema

$$z(x(f)) + \sum_{k \in K} u_k \left(- \sum_{l \in R_k} f_l + \sum_{p \in P} \sum_{s \in S_p} n_{ps} \delta_{sk} \right) + \sum_{p \in P} v_p \left(- \sum_{s \in S_p} n_{ps} + q_p \right)$$

EQUIVALENCIA ENTRE EL MODELO PROPUESTO Y EL PROBLEMA DE EQUILIBRIO

$L(f, n, u, v)$, Lagrangiano del problema

$$z(x(f)) + \sum_{k \in K} u_k \left(- \sum_{l \in R_k} f_l + \sum_{p \in P} \sum_{s \in S_p} n_{ps} \delta_{sk} \right) + \sum_{p \in P} v_p \left(- \sum_{s \in S_p} n_{ps} + q_p \right)$$

Condiciones de primer orden

$$f_l \cdot (c_l(x) - u_{k(l)}) = 0, \quad c_l(x) - u_{k(l)} \geq 0, \quad \forall l \in R_k \quad (3)$$

$$n_{ps} \cdot \left(\sum_{k \in K} u_k \delta_{sk} - v_p \right) = 0, \quad \sum_{k \in K} u_k \delta_{sk} - v_p \geq 0, \quad \forall p \in P, s \in S_p \quad (4)$$

EQUIVALENCIA ENTRE EL MODELO PROPUESTO Y EL PROBLEMA DE EQUILIBRIO

$L(f, n, u, v)$, Lagrangiano del problema

$$z(x(f)) + \sum_{k \in K} u_k \left(- \sum_{l \in R_k} f_l + \sum_{p \in P} \sum_{s \in S_p} n_{ps} \delta_{sk} \right) + \sum_{p \in P} v_p \left(- \sum_{s \in S_p} n_{ps} + q_p \right)$$

Condiciones de primer orden

$$f_l \cdot (c_l(x) - u_{k(l)}) = 0, \quad c_l(x) - u_{k(l)} \geq 0, \quad \forall l \in R_k \quad (3)$$

$$n_{ps} \cdot \left(\sum_{k \in K} u_k \delta_{sk} - v_p \right) = 0, \quad \sum_{k \in K} u_k \delta_{sk} - v_p \geq 0, \quad \forall p \in P, s \in S_p \quad (4)$$

(3) \rightarrow afirma el principio de Wardrop usual para vehículos particulares.

(4) \rightarrow afirma el principio de Wardrop en un nuevo sentido para los vehículos comerciales, considerando todas las opciones de ruta que pueda tomar dicho vehículo.

El modelo se puede resolver adaptando el algoritmo de Frank-Wolfe.

Cuando hacemos la asignación de Todo o Nada, necesitamos la **secuencia de menor costo** para cada $p \in P$. Para hallarla hacemos lo siguiente:

- 1 Entre cada par $k \in K$ buscamos la ruta mínima con algún algoritmo eficiente y miramos el costo del camino mínimo obtenido.
- 2 Para cada $p \in P$ construimos un nuevo grafo completo con los nodos O_p y los $d \in D_p$, donde el costo de cada arista sea el valor obtenido en el paso 1. Luego resolvemos un TSP, para ver en qué orden nos conviene visitar los destinos $d \in D_p$.


- Se proponen 2 enfoques para incorporar a modelos de equilibrio de asignación de transporte privado, el conjunto de vehículos comerciales.

- Se proponen 2 enfoques para incorporar a modelos de equilibrio de asignación de transporte privado, el conjunto de vehículos comerciales.
- Disponemos de una implementación eficiente del algoritmo de Frank-Wolfe en C++ y se está trabajando en las modificaciones pertinentes en los subproblemas de asignación de todo o nada, en ambos enfoques propuestos, resolviendo cada TSP de manera independiente.

- Se proponen 2 enfoques para incorporar a modelos de equilibrio de asignación de transporte privado, el conjunto de vehículos comerciales.
- Disponemos de una implementación eficiente del algoritmo de Frank-Wolfe en C++ y se está trabajando en las modificaciones pertinentes en los subproblemas de asignación de todo o nada, en ambos enfoques propuestos, resolviendo cada TSP de manera independiente.
- Se está trabajando además en una implementación eficiente del STSP

- Se proponen 2 enfoques para incorporar a modelos de equilibrio de asignación de transporte privado, el conjunto de vehículos comerciales.
- Disponemos de una implementación eficiente del algoritmo de Frank-Wolfe en C++ y se está trabajando en las modificaciones pertinentes en los subproblemas de asignación de todo o nada, en ambos enfoques propuestos, resolviendo cada TSP de manera independiente.
- Se está trabajando además en una implementación eficiente del STSP
- Luego se trabajará en cómo resolver de manera conjunta varios TSP relacionados, para obtener una implementación más eficiente, y poder trabajar con redes reales.

-  T.G. Crainic, N. Ricciardi, and G. Storchi (2009). Models for evaluating and planning city logistics systems. *Transp. Sci.* 43, 432–454.
-  L. Dablanc (2007). Goods transport in large European cities: Difficult to organize, difficult to modernize. *Transp. Res. Part A* 41, 280–285.
-  G. Gentile and D. Vigo (2013). Movement generation and trip distribution for freight demand modelling applied to city logistics. *European Transport* 54, Paper 6.
-  J. Holguín-Veras and G.R. Patil (2005). Observed trip chain behavior of commercial vehicles. *TRR* 1906, 74–80.
-  J. Holguín-Veras, N. Xu, M. Jaller, and J. Mitchell (2015). A dynamic spatial price equilibrium model of integrated urban production-transportation operations considering freight delivery tours. *Transp. Sci.* 50, 489–519.

-  M. Khan and R. Machemehl (2017). Analyzing tour chaining patterns of urban commercial vehicles. *Transp. Res. Part A* 102, 84–97.
-  A. Letchford, S. Nasiri and D. Theis (2013). Compact formulations of the Steiner traveling salesman problem and related problems. *Europ. J. Oper. Res.* 228, 83–92.
-  Taniguchi, R.G. Thompson, T. Yamada, and J.H.R. van Duin (2001). *City Logistics: Network Modelling and Intelligent Transport Systems*. Pergamon, Amsterdam.
-  Q. Wang and J. Holguín-Veras (2008) Investigation of attributes determining trip chaining behavior in hybrid microsimulation urban freight models. *TRR* 2066, 1–8.

¡Muchas gracias por su atención!

MODELO INTEGRADO DE EQUILIBRIO CONJUNTO DE TRANSPORTE PRIVADO Y SISTEMAS LOGÍSTICOS URBANOS

C. E. Cortés¹ P. A.Rey² V. Vansteenkiste³

¹ Universidad de Chile, Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería

² Universidad Tecnológica Metropolitana

³ Universidad Nacional de Rosario, CONICET

CChIT 2019

Santiago-Chile